量子XXZスピン鎖における準位統計と動的安定性

大阪市立大学大学院 工学研究科
日本学術振興会特別研究員 (PD)　工藤 和恵

量子XXZスピン鎖は、可積分の模型として知られているが、次近接相互作用やランダム磁場を加えると非可積分になる。ここでは、ベーテ仮説の意味で厳密に解けるものを可積分と呼び、そうでないものを非可積分と呼ぶことにする。準位統計を調べると、可積分と非可積分の違いがはっきりと見ることができる。たとえば準位間隔分布 $P(s)$ は、与えられたハミルトニアンが可積分ならポアソン分布を、非可積分ならウィグナー分布 (GOEともいう) を示す (図 1)。そのため、準位間隔分布は、そのハミルトニアンが可積分か非可積分かを判断するための一つの基準となりうる。本研究では、ハミルトニアンを次のように与える：

$$\begin{aligned}\mathcal{H} &= J_1\sum_{j=1}^{L}(S_j^xS_{j+1}^x+S_j^yS_{j+1}^y+\Delta S_j^zS_{j+1}^z)+J_2\sum_{j=1}^{L}(S_j^xS_{j+2}^x+S_j^yS_{j+2}^y+\Delta S_j^zS_{j+2}^z)\\ &\quad+\sum_{j=1}^{L}B_j(t)S_j^z \end{aligned} \tag{1}$$

ここで、$S_j^\alpha=\frac{1}{2}\sigma_j^\alpha$ で、$(\sigma_j^x,\sigma_j^y,\sigma_j^z)$ は j 番目のサイトに作用するパウリ行列、L はサイト数である。J_1,J_2 はそれぞれ最近接、次近接相互作用 (ただし、$J_1>0, J_2\geq 0$ とする)、Δ は異方性パラメタ、$B_j(t)$ は j 番目のサイトにはたらく z 方向の外部磁場を表す。また、この系では周期境界条件を課すことにする。

この模型では、次近接相互作用のある場合 ($J_2\neq 0$)、または $J_2=0$ でも磁場が (空間的に) ランダムな場合に、準位統計が GOE(Gaussian Orthogonal Ensemble) を示す [2, 1]。さらに、この系では ($J_2\neq 0$ のとき) 低エネルギー領域においても GOE が見られる。こ

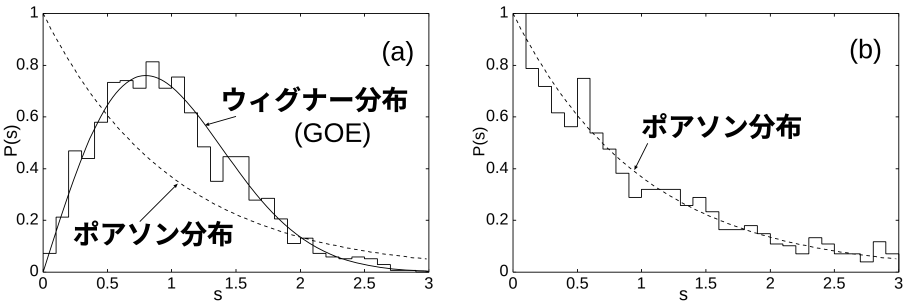

図 1: 式 (1) で磁場のない場合の準位間隔分布。(a) 次近接相互作用を含む場合 ($J_2\neq 0$)、(b) 次近接相互作用のない場合 ($J_2=0$)。

れは、フラストレーションのある系に特有の性質で、よく研究されている他の模型、例えばランダム行列模型では、低エネルギー領域の準位は切り捨てている。

準位統計は、いわば静的性質を表すものだが、本講演では動的性質としてエネルギー拡散や生き残り確率 (survival probability) についても議論する。この系では、準位統計が低エネルギー領域においても GOE を示すという特徴を生かして、基底状態近傍からのエネルギー拡散や生き残り確率を調べることができる。

エネルギー拡散に関しては、磁場は進行波の形

$$B_j^z(t) = B_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi j}{L}\right) \tag{2}$$

で与え、基底状態を初期状態にとり、エネルギー空間での時間発展を調べる。エネルギー分散を基底状態のエネルギー E_0 からの離れ具合を表す量: $\delta E(t)^2 = \langle\psi(t)|[\mathcal{H}(t) - E_0]^2|\psi\rangle$ と定義し、その傾きから拡散定数 D を定義する。この拡散定数は、理論的には摂動パラメタの変化率に依存するとされている。本研究ではその変化率は $B_0\omega$ に対応するので、D の $B_0\omega$ 依存性を議論する。数値計算を行うと、拡散定数は $b_0\omega$ のべきに比例する $[D \propto (B_0\omega)^\beta]$ ということが分かる [3]。ただし、線形応答領域 ($B_0\omega$ の比較的小さい領域) では $\beta = 2$、非摂動領域 ($B_0\omega$ の大きい領域) では $\beta = 1$ となる。そして、それらの領域の幅は次近接相互作用 (J_2) の大きさに依存する。

生き残り確率に関しては、空間的にランダムで時間的には周期的な振動磁場 $B_j(t) = B_j \sin(\omega t)$ を与える。ここで、B_j は平均ゼロ、分散 B_0 のガウス乱数とする。初期状態 $|\psi(0)\rangle$ を非摂動系の基底状態にとり、時間発展させて、どれだけ元の状態を保っているかを示す量、すなわち生き残り確率 $P(t) = |\langle\psi(0)|\psi(t)\rangle|^2$ を計算する。しかしこの場合は、磁場を進行波で与えていたエネルギー拡散の場合と違って、次近接相互作用 J_2 への依存性は見られない。

本講演では、準位統計を使って調べた系の性質と、エネルギー拡散や生き残り確率に表われる動的な性質との対応を中心に議論する。

参考文献

[1] K. Kudo and T. Deguchi, Phys. Rev. B **69**, 132404 (2004).

[2] K. Kudo and T. Deguchi, J. Phys. Soc. Jpn. **74**, 1992 (2005).

[3] K. Kudo and K. Nakamura, Phys. Rev. B **71**, 144427 (2005).